

<到達目標> 自分の習得状況を定期的にチェックせよ。

- 1 双曲線の定義を述べることができる
- 2 双曲線の方程式から、焦点の座標と漸近線の方程式を求め、概形を描くことができる
- 3 焦点や漸近線などの条件から、双曲線の方程式を求めることができる
- 4 定義に基づいて、双曲線の方程式を導くことができる

<最後は「双曲線」です。放物線や楕円と同様、基本的な計算が出来るようになってください。>

1 次の問いに答えよ。

(1) 「双曲線」の定義を述べよ。

(2) 次の双曲線の焦点の座標、漸近線の方程式を求め、その概形を描け。

① $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

焦点:

漸近線:

② $4x^2 - 9y^2 = 36$

焦点:

漸近線:

③ $3x^2 - y^2 = 3$

焦点:

漸近線:

④ $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{10} = -1$

焦点:

漸近線:

⑤ $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = -1$

焦点:

漸近線:

⑥ $4x^2 - y^2 = -4$

焦点:

漸近線:

⑦ $5x^2 - 3y^2 = 15$

焦点:

漸近線:

⑧ $3x^2 - 4y^2 = -12$

焦点:

漸近線:

(3) 次の双曲線の中心と焦点の座標、漸近線の方程式を求めよ。

① $\frac{(x-3)^2}{5} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$

双曲線 $\frac{(x-3)^2}{5} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ は、双曲線 ... (*) を

x 軸方向に , y 軸方向に だけ平行移動したもの

である。

また、双曲線 (*) の中心の座標は , 焦点の座標は

, 漸近線の方程式は

である。

よって、求める双曲線の中心の座標は , 焦点の座標は

, 漸近線の方程式は

である。

② $9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0$

③ $4x^2 - y^2 - 8x - 4y + 4 = 0$

④ $9x^2 - 4y^2 + 16y - 52 = 0$

⑤ $3x^2 - 2y^2 + 6x + 8y - 11 = 0$

② 2点 $F(\sqrt{5}, 0), (-\sqrt{5}, 0)$ を焦点とし、焦点からの距離の差が 4 である双曲線の方程式を求めよ。

③ 焦点の座標が $(0, \sqrt{3}), (0, -\sqrt{3})$ で、2本の漸近線が $y = \sqrt{2}x, y = -\sqrt{2}x$ である双曲線の方程式を求めよ。

② 2定点 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ からの距離の差が $2a$ である点の軌跡を求めよ。ただし、 a, c は $c > a > 0$ を満たす定数である。

(4) 次の問いに答えよ。

① 2点 $F(0, 5), F'(0, -5)$ からの距離の差が 6 である点 P の軌跡を求めよ。

解答

① (1) 2つの異なる定点からの距離の差が一定である点の軌跡

(2) ① 焦点 $(\sqrt{13}, 0), (-\sqrt{13}, 0)$, 漸近線 $y = \pm \frac{3}{2}x$

② 焦点 $(\sqrt{13}, 0), (-\sqrt{13}, 0)$, 漸近線 $y = \pm \frac{2}{3}x$

③ 焦点 $(2, 0), (-2, 0)$, 漸近線 $y = \pm \sqrt{3}x$

④ 焦点 $(0, \sqrt{19}), (0, -\sqrt{19})$, 漸近線 $y = \pm \frac{\sqrt{10}}{3}x$

⑤ 焦点 $(0, 3), (0, -3)$, 漸近線 $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}x$

⑥ 焦点 $(0, \sqrt{5}), (0, -\sqrt{5})$, 漸近線 $y = \pm 2x$

⑦ 焦点 $(2\sqrt{2}, 0), (-2\sqrt{2}, 0)$, 漸近線 $y = \pm \frac{\sqrt{15}}{3}x$

⑧ 焦点 $(0, \sqrt{7}), (0, -\sqrt{7})$, 漸近線 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$

(3) ① $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1, 3, -1, (0, 0), (3, 0), (-3, 0), y = \pm \frac{2\sqrt{5}}{5}x, (3, -1),$

$(6, -1), (0, -1), y = \frac{2\sqrt{5}}{5}x - \frac{6\sqrt{5}+5}{5}, y = -\frac{2\sqrt{5}}{5}x + \frac{6\sqrt{5}-5}{5}$

② 中心 $(1, -2)$, 焦点 $(1+\sqrt{13}, -2), (1-\sqrt{13}, -2)$

漸近線 $y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}, y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

③ 中心 $(1, -2)$, 焦点 $(1, \sqrt{5}-2), (1, -\sqrt{5}-2)$

漸近線 $y = 2x - 4, y = -2x$

④ 中心 $(0, 2)$, 焦点 $(\sqrt{13}, 2), (-\sqrt{13}, 2)$, 漸近線 $y = \frac{3}{2}x + 2, y = -\frac{3}{2}x + 2$

⑤ 中心 $(-1, 2)$, 焦点 $(-1+\sqrt{5}, 2), (-1-\sqrt{5}, 2)$

漸近線 $y = \frac{\sqrt{6}}{2}x + \frac{4+\sqrt{6}}{2}, y = -\frac{\sqrt{6}}{2}x + \frac{4-\sqrt{6}}{2}$

(4) ① $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = -1$ ② $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ ③ $x^2 - \frac{y^2}{2} = -1$

② 証明略